ОСЕСИММЕТРИЧНОЕ ОБТЕКАНИЕ ДЛИННОГО ТЕЛА С ПЕРЕДНЕЙ КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

В.К.Краснов

Чувашский государственный университет
ту @ www.chuvsu.ru

Рассматривается осесимметричное кавитационное обтекание идеальной несжимаемой жидкостью длинного тела с конической поверхностью, расположенной впереди. Каверна замыкается на непроницаемый диск (рис. 1). Для решения применен численно-аналитический способ, основанный на методе граничных элементов (МГЭ) [1] и алгоритме поиска границы каверны. Ранее этот способ был использован для решения задач взрыва по струйной гидродинамической модели [2], задач кавитационного обтекания по схеме Рябушинского [3], в задачах струйного натекания на плоскость [4].

Постановка задачи. В плоскости меридианального сечения ABCDEFMN (рис. 1) заданы следующие краевые условия для гармонической функции φ – потенциала течения:

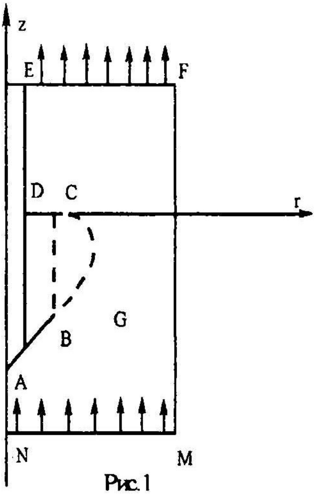

Рис.1

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \text{ на AB – образующей конуса,} \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0, \frac{\partial \varphi}{\partial s} = v_0 \text{ на BC – границе каверны,} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \text{ на CD – непроницаемом диске,} \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \text{ на DE – корпусе тела,} \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = v_2^{\infty} \text{ на EF – верхней границе невозмущенного потока,} \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \text{ на FM – правой границе невозмущенного потока,} \qquad (6)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -v_1^{\infty} \text{ на MN – нижней границе невозмущенного потока,} \qquad (7)$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор внешней нормали к границе области G, s – дуговая абсцисса вдоль BC, отсчитываемая от точки B, v_1^∞ и v_2^∞ – скорости невозмущенного потока соответственно на нижней и верхней границах, v_0 – скорость на границе каверны. В дальнейшем задача решается в безразмерных переменных, поэтому величина v_0 полагается равной единице. Скорости v_1^∞ и v_2^∞, а также граница каверны BC отыскиваются в ходе итерационного процесса при фиксированных длине каверны, радиусе MN и размерах тела. При большем радиусе MN v_1^∞ и v_2^∞ практически совпадают.

Решение. В качестве 1-го приближения к искомой границе BC выберем вертикальную прямую (рис. 1) и в заданной области G решим для φ краевую задачу. При этом φ представим в виде $\varphi = \varphi_0 + v_1^\infty\varphi_1 + v_2^\infty\varphi_2$. Для φ_0 выставляются следующие граничные условия: $\partial\varphi_0/\partial n = 0$ на AB, $\varphi_0 = S - S_0$ на BC, где S_0 – длина BC, $\partial\varphi_0/\partial n = 0$ на CDEFMN. Для функции φ_1 граничные условия имеют вид $\partial\varphi_1/\partial n = 0$ на AB, $\varphi_1 = 0$ на BC, $\partial\varphi_1/\partial n = 0$ на CDEFM, $\partial\varphi_1/\partial n = -1$ на MN. Для функции φ_2 граничные условия следующие: $\partial\varphi_2/\partial n = 0$ на AB, $\varphi_2 = 0$ на BC, $\partial\varphi_2/\partial n = 0$ на CDE, $\partial\varphi_2/\partial n = 1$ на EF, $\partial\varphi_2/\partial n = 0$ на FMN. Таким образом, для φ выполняются краевые условия (1) – (7), за исключением первого из условий (2). Далее, применив МГЭ, определим производные $\partial\varphi_0/\partial n$, $\partial\varphi_1/\partial n$ и $\partial\varphi_2/\partial n$ на BC. Скорости v_1^∞ и v_2^∞ найдем из решения системы двух линейных алгебраических уравнений. Первое уравнение – условие на последнем участке разбиения AB (см. [3]), второе – равенство расходов через MN и EF. После получения $\partial\varphi/\partial n$ на BC проверяем первое из условий (2). Если оно не выполняется, то изменяем границу BC по формуле

$$t(s) = \frac{1}{rv_0}\int_0^s r\frac{\partial\varphi}{\partial n}ds, \qquad (8)$$

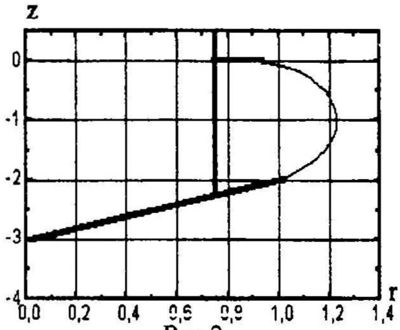

Рис.2

где $t(s)$ – расстояние по нормали между точками к-го и (к+1)-го приближений. Формула (8) выражает условие расхода жидкости между кривыми к-го и (к+1)-го приближений. Итерационный процесс заканчивается после выполнения на ВС условия $\max|\partial\varphi/\partial n| \leq \varepsilon$, где ε – заранее заданная точность. Далее численным дифференцированием определяем скорость на АВ и, следовательно, коэффициент сопротивления C_x.

Числовые расчеты. На рис. 2 представлены результаты расчетов каверны для тела длиной 11, радиусом корпуса 0,75, MN=10, FM=16, ε=0,01. При этом v_1^∞=0,768, v_2^∞=0,772, C_x=0,972

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреббиа К., Теллес Ж., Вроубел Л. *Методы граничных элементов.* – М.: Мир. – 1987. – 524 с.

2. Ильинский Н.Б., Краснов В.К. *Об одном способе решения осесимметричных задач взрыва на выброс по модифицированной твердожидкостной модели* // Труды семинара по краевым задачам. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1990. – Вып. 24. – С. 87–91.

3. Краснов В.К., Кузнецов Ю.В. *Применение метода граничных интегральных уравнений к расчету осесимметричных и плоских кавитационных течений в трубе* // Актуальные задачи гидродинамики. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1989. – С. 71–75.

4. Макаров В.В., Краснов В.К. *Осесимметричное натекание струи на плоскость* // Третий Всероссийский семинар "Теория сеточных методов для нелинейных краевых задач". – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2000. – С. 91-94.